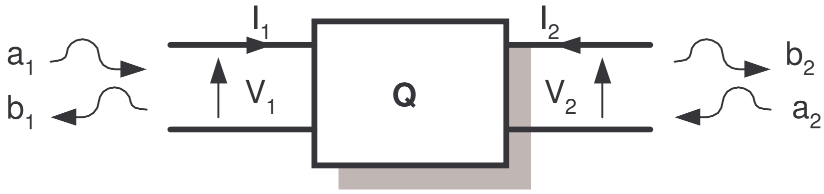
Paramètres S

1. Présentation du problème et application aux quadripôles

Les paramètres S (pour scattering : dispersion) sont les éléments d'une matrice permettant de caractériser un quadripôle. Ils répondent essentiellement à un problème de caractérisation expérimentale d'un quadripôle, les paramètres classiques (impédance, admittance, transmittance etc...) nécessitant la réalisation d'un court-circuit ou d'un circuit ouvert pour leur détermination. Ces situations étant très difficiles à réaliser en hautes fréquences, on préférera effectuer les mesures avec des quadripôles adaptés à une résistance de normalisation (en général 50 Ω).
A chaque accès x du quadripôle entre une onde a_x et sort une onde b_x.



On définit alors la matrice S par :

$$[b] = [S][a] \Leftrightarrow \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \end{vmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} b_1 = S_{11}\, a_1 + S_{12}\, a_2 \\ b_2 = S_{21}\, a_1 + S_{22}\, a_2 \end{array} \right.$$

Les termes a_x, b_x ainsi que les paramètres S sont évidement des nombres complexes.
Si R_C est la résistance de normalisation (résistance caractéristique du système de mesure), V_i, I_i les tension et courant incidents, V_r, I_r les tension et courant réfléchis, on définit :

$$a_1 = \frac{\underline{V_i}}{\sqrt{R_c}} = \underline{I_i}\sqrt{R_c}$$

$$b_1 = \frac{\underline{V_r}}{\sqrt{R_c}} = -\underline{I_r}\sqrt{R_c}$$

La détermination des termes a_2 et b_2 est identique. Attention toutefois aux orientations, les ondes a_x étant entrantes, lorsqu'on attaque par la sortie les sens incidents et réfléchis sont inversés par rapport aux conventions de l'attaque par l'entrée.

Remarques :

- Les ondes a_x et b_x sont représentatives des puissances, respectivement incidentes et réfléchies sur chaque accès.
- L'utilisation d'une onde de puissance pure aurait fait perdre l'information phase par l'élévation au carré de la tension ou du courant.
- La résistance caractéristique pourrait être choisie théoriquement de manière arbitraire. Pratiquement on la choisit égale à la résistance caractéristique des lignes de liaison.
- A partir des équations précédentes, on trouvera :

$$V_1 = (a_1 + b_1)\sqrt{R_C} \quad \text{et} \quad I_1 = \frac{a_1 - b_1}{\sqrt{R_C}}$$

$$V_2 = (a_2 + b_2)\sqrt{R_C} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{a_2 - b_2}{\sqrt{R_C}}$$

- On trouvera parfois a et b présenté sous la forme :

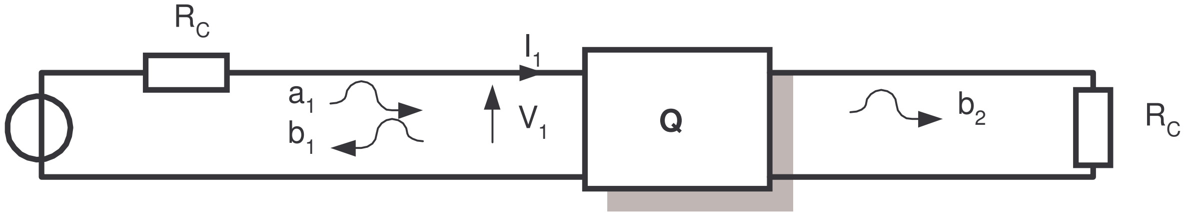
$$a_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{V_1}{\sqrt{R_c}} + \underline{I_1}\sqrt{R_c}\right) \quad \text{et} \quad b_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{V_1}{\sqrt{R_c}} - \underline{I_1}\sqrt{R_c}\right)$$

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{V_2}{\sqrt{R_c}} + \underline{I_2}\sqrt{R_c}\right) \quad \text{et} \quad b_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{V_2}{\sqrt{R_c}} - \underline{I_2}\sqrt{R_c}\right)$$

Cette représentation se déduit des équations précédentes.

1.1. Signification physique des paramètres

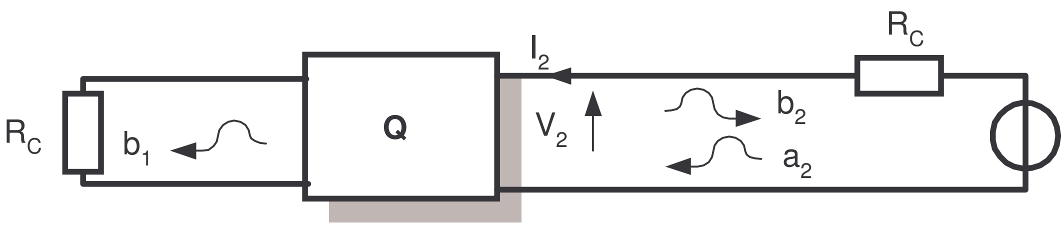
La mesure des paramètres S_{11} et S_{21} se fait en attaquant par l'accès 1, l'accès 2 étant fermé sur une résistance R_C (résistance de normalisation) par une ligne d'impédance caractéristique R_C. De cette manière on annule a_2.



$S_{11} = \left.\frac{b_1}{a_1}\right|_{a_2=0}$ il s'agit donc du coefficient de réflexion à l'accès 1, l'accès 2 étant adaptée à la résistance de normalisation (charge $Z_U=R_C$).

$S_{21} = \left.\frac{b_2}{a_1}\right|_{a_2=0}$ il s'agit donc du coefficient de transmission de l'accès 1 vers l'accès 2, la sortie étant adaptée à la résistance de normalisation (charge $Z_U=R_C$).

La mesure des paramètres S_{22} et S_{12} se fait en attaquant par l'accès 2, l'accès 1 étant fermé sur une résistance R_C (résistance de normalisation) par une ligne d'impédance caractéristique R_C. De cette manière on annule a_1.



$S_{22} = \left.\frac{b_2}{a_2}\right|_{a_1=0}$ il s'agit donc du coefficient de réflexion à l'accès 2, l'accès 1 étant adaptée à la résistance de normalisation ($Z_G=R_C$, la présence d'une f.e.m. ne changeant rien).

$S_{12} = \left.\frac{b_1}{a_2}\right|_{a_1=0}$ il s'agit donc du coefficient de transmission de l'accès 2 vers l'accès 1, l'accès 1 étant adaptée à la résistance de normalisation ($Z_G=R_C$).

Remarque : l'adaptation a pour but ici de supprimer une des ondes incidentes, il s'agit donc d'une adaptation à l'impédance caractéristique des lignes de mesure et non une adaptation en puissance, qui se traduirait par $Z_1=Z_G^*$ ou bien $Z_2=Z_U^*$ (Z_1 et Z_2 étant les impédances vues de l'accès 1 et 2)

1.2. Propriétés

1.2.1. Symétrie

Si le quadripôle admet un axe de symétrie entre l'entrée et la sortie, la matrice S est symétrique suivant les deux diagonales, d'où $S_{21}=S_{12}$ et $S_{11}=S_{22}$.

1.2.2. Réciprocité

Un quadripôle est réciproque lorsque le courant de court-circuit à la sortie, provoqué par l'application d'une fem à l'entrée, est le même que le courant de court-circuit à l'entrée en appliquant la fem à la sortie.
Dans un quadripôle réciproque la matrice [S] est symétrique par rapport à sa première diagonale d'où $S_{12}=S_{21}$.
En basse fréquence tous les quadripôles passifs sont réciproques ; en haute fréquence l'utilisation de ferrites polarisées par un courant continu, conduit par aimantation à la non réciprocité d'un quadripôle passif (réalisation de circulateur et d'isolateurs).

1.2.3. Unilatéralité

Si le quadripôle est unilatéral S_{12} (ou éventuellement S_{21}) est nul. Cette propriété est très recherchée pour les transistors, car elle évite une contre réaction (non contrôlée) de la sortie sur l'entrée et assure une stabilité inconditionnelle de l'amplificateur réalisé.

1.2.4. Quadripôles passif sans pertes.

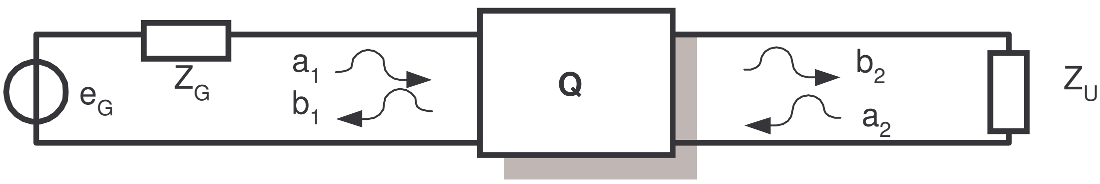
Si le quadripôle est passif et sans pertes sa matrice [S] est unitaire (le produit de [S] par [S] transposée et conjugué est la matrice unité, composée de 1 sur la première diagonale et de 0 ailleurs).

1.3. Représentation par les graphes de transfert ou graphe de fluence.

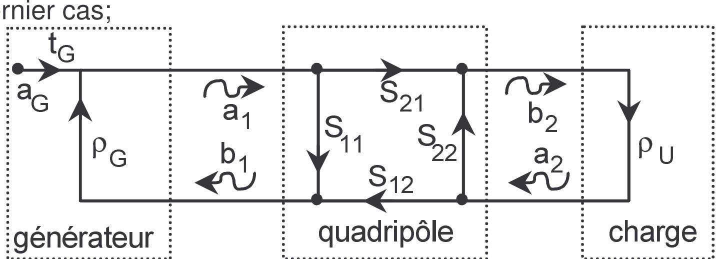
Cette représentation qui relie des noeuds par des branches orientées, permet une visualisation efficace d'éléments en cascade, ainsi qu'une détermination rapide des paramètres S de cet ensemble.
Règles de représentation :

- une variable est représentée par un noeud.
- si une seule branche converge vers un noeud, la variable correspondant au noeud d'arrivée est le résultat du produit de la variable du noeud de départ par la transmittance associée à la branche.
- lorsque plusieurs branches convergent vers un noeud, la variable associée à ce noeud est égale à la somme des produits des transmittances associées à chaque branche, par la variable correspondant au noeud de départ de la branche.

Exemple
Considérons le schéma ci-dessous :



Le quadripôle est caractérisé par ses paramètres S, la charge par son coefficient de réflexion ρ_u et le générateur par son coefficient de réflexion ρ_G ainsi que son coefficient de transmission t_G. Ce dernier est le rapport de la tension de sortie aux bornes du générateur chargé par R_C, sur la tension de sortie du générateur chargé par R_C si l'impédance interne était R_C. Le terme a_G représente alors l'onde incidente dans ce dernier cas;



générateur	quadripôle	charge
$\rho_G = \dfrac{\underline{Z}_G - R_C}{\underline{Z}_G + R_C}$ $t_G = \dfrac{V_S \text{ avec charge } R_C}{V_S \text{ avec charge } R_C \text{ si } \underline{Z}_G = R_C}$ $= \dfrac{2\ R_C}{\underline{Z}_G + R_C}$ $a_G = \dfrac{e_G}{2\sqrt{R_C}}$	[S]	$\rho_U = \dfrac{\underline{Z}_U - R_C}{\underline{Z}_U + R_C}$

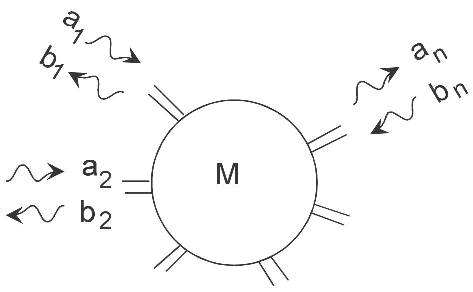
2. Cas des multipôles

En haute fréquence, l'effet d'une connexion n'est pas négligeable :

- les lignes de connexions ne sont pas de dimensions négligeables devant la longueur d'onde
- le concept d'amplificateur à impédance d'entrée infinie n'existe pas.

On est donc amené à considérer des dispositifs à accès multiples ou multipôles : quadripôles pour 2 accès, hexapôles pour 3 accès, octopôles pour 4 accès etc....
On rencontrera par exemple :
- des combineurs de puissance tel que le diviseur de Wilkinson, le duplexeur (multipôle destiné au couplage sur une antenne commune de signaux de bande de fréquences différentes)
- diviseur de puissance (diviseur de Wilkinson)
- duplexeurs (multipôles destiné au couplage sur une antenne commune d'un émetteur et d'un récepteur fonctionnant simultanément).
- coupleurs directifs (permettant par exemple de séparer onde incidente et réfléchie).

La notion de paramètre S peut être étendue des quadripôles vers les multipôles :



$$[b] = [S][a] \Leftrightarrow \begin{vmatrix} b_1 \\ . \\ . \\ . \\ b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} \ldots\ldots S_{1n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ S_{ii} \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ S_{n1} \ldots\ldots S_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_1 \\ . \\ . \\ . \\ a_2 \end{vmatrix}$$

Comme pour les quadripôles :

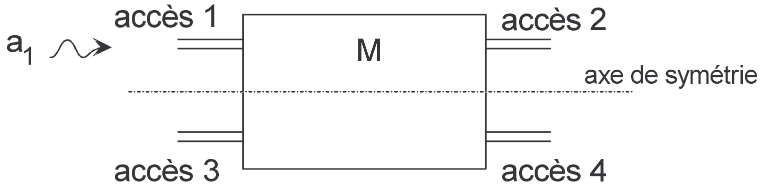
- les coefficients S_{ii} représentent le coefficient de réflexion à l'accès i, tous les autres accès étant adaptés à R_C.
- les coefficients S_{ij} représentent le coefficient de transmission de l'accès j vers l'accès i, tout les accès autres que j devant être adapté à R_C .

On retrouvera des propriétés similaires aux quadripôles en particuliers concernant la réciprocité ($S_{xy}=S_{yx}$) et les multipôles passifs non dissipatifs (matrice [S] unitaire).

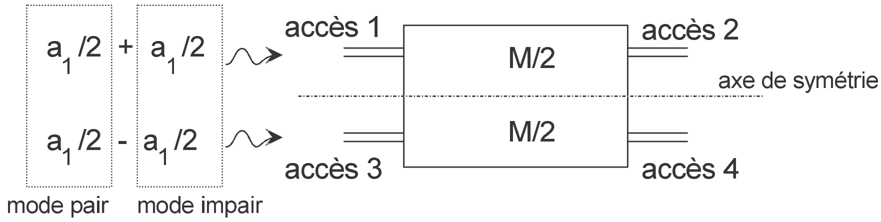
2.1. Cas particuliers des multipôles admettant un axe de symétrie

Lorsqu'un multipôle présente un axe de symétrie géométrique, son étude peut se simplifier en superposant deux modes de fonctionnement, dits pair et impair, pour une moitié du multipôle.

Considérons par exemple un octopôle attaqué par un des accès, par une onde unitaire (normalisation en amplitude et en phase) ;

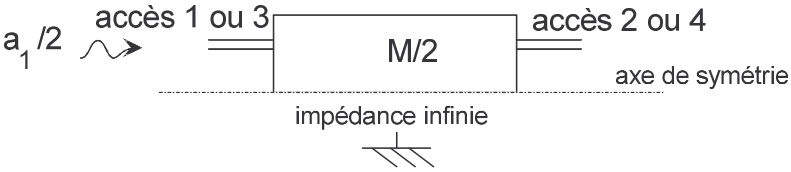


L'étude peut être conduite en considérant la superposition suivante :



2.1.1. Mode pair

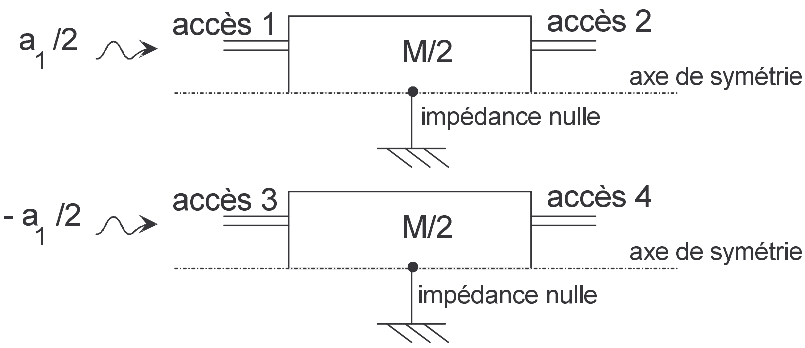
On ne prend en compte qu'une moitié du multipôle correspondant à un côté de l'axe de symétrie. Ce dernier se comportant comme un circuit ouvert, les points passant par l'axe de symétrie sont déconnectés du potentiel de référence (impédance infinie). On parle alors de mur magnétique.
Le "demi-multipôle" résultant est excité par une onde d'amplitude moitié de celle d'origine.



On peut ensuite calculer tensions, courants, coefficients de réflexions et transmissions correspondant au mode pair

2.1.2. Mode impair

On ne prend en compte qu'une moitié du multipôle correspondant à un côté de l'axe de symétrie. Ce dernier se comportant comme un court-circuit, les points passant par l'axe de symétrie sont connectés au potentiel de référence (impédance nulle). On parle alors de mur électrique.
Le "demi-multipôle" résultant est excité par une onde d'amplitude moitié de celle d'origine.



On peut ensuite calculer tensions, courants, coefficients de réflexions et transmissions correspondant au mode impair.

2.1.3. Multipôle complet

Par superposition des deux modes, les tensions, courants, coefficients de réflexions et transmissions du mutipôle complet correspondent aux sommes des tensions, courants, coefficients de réflexions et transmissions du mode pair et du mode impair.

Bibliographie

Electronique radiofréquence par A.. Pacaud chez Ellipses
Micro-ondes par F. Combes chez Dunod
Les Micro-ondes par R. Badoual, Ch. Martin, S. Jacquet chez Masson